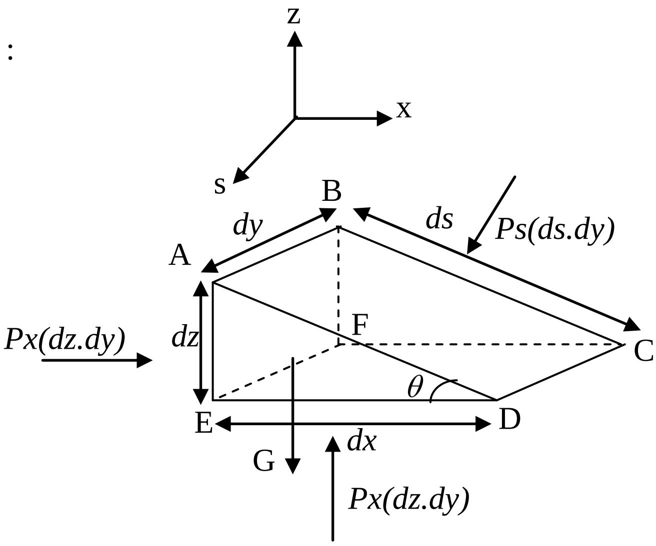
1. Définition

L'hydrostatique est une branche de l'hydraulique qui étudie les écoulements a l'état statique (au repos). La vitesse $V = 0$, le frottement = 0.

2. Pression en un point

Considérons un élément de fluide ABCDEF, et soient Px, Pz et Ps les pressions dans les trois directions x, z et s.



Donc l'intensité des forces de pression est :

$Fx = Px\,(dz.dy)$

$Fx = Pz\,(dx.dy)$

$Fs = Ps\,(ds.dy)$

La force de gravité

$$G = \gamma \frac{(dx.dz)}{2}.dy$$

En équilibre

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

ox/

$$\sum \overrightarrow{F_{ox}} = \vec{0} \Rightarrow Fx - Fs.\sin\theta = 0$$

$$\Rightarrow Px(dz.dy) - Ps.(ds.dy).\sin\theta = 0$$

$$\Rightarrow Px\,dz - Ps\,ds.\sin\theta = 0 \qquad / \sin\theta = \frac{dz}{ds} \rightarrow dz = ds.\sin\theta$$

$$\Rightarrow Px\,dz - Ps\,dz = 0 \rightarrow Px = Ps$$

oz/

$$\sum \overrightarrow{F_{oz}} = \vec{0} \Rightarrow F_z - F_s\cos\theta - G = 0$$

$$\Rightarrow Pz(dx.dy) - Ps.(ds.dy).\cos\theta - \gamma\frac{dx\,dz}{2}dy = 0$$

$$\Rightarrow Pz\,dx - Ps\,ds.\cos\theta - \gamma\frac{dx\,dz}{2} = 0 \qquad / \cos\theta = \frac{dx}{ds} \rightarrow dx = ds.\cos\theta$$

$$\Rightarrow Pz\,dx - Ps\,dx - \gamma\frac{dx\,dz}{2} = 0$$

$$\Rightarrow Pz - Ps - \gamma\frac{dz}{2} = 0 \;\left(sil'on\,reduit\,l'élément\,de\,volume\,a\,un\,point, dz\,tend\,vers\,0\right)$$

$$\Rightarrow Pz = Ps$$

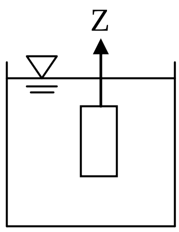
Donc :

$Px = Pz = Ps$

Donc la pression hydrostatique en un point donné d'un fluide est la même dans tous les directions.

3. Equation de l'hydrostatique

Soit un petit cylindre de fluide d'axe vertical et de section droite. S'il est en équilibre, la somme des forces qui s'exercent sur lui est nulle. $\sum \vec{F} = \vec{0}$.

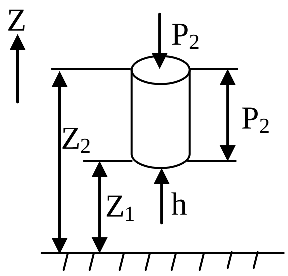


1/ Force due a la pression P_1

$$P_1 = \frac{F_1}{A} \Rightarrow F_1 = P_1.A$$

2/ Force due a la pression P_2

$$P_2 = \frac{F_2}{A} \Rightarrow F_2 = P_2.A$$



1/ Poids du fluide G

$$G = M.g = \rho.V.g = \rho.A(z_2 - z_1).g$$

OZ/

$$P_1.A - P_2.A = \rho.A(z_2 - z_1).g$$

$$P_1 - P_2 = \rho.g\ (z_2 - z_1) = \rho.g.h$$

$$\boxed{P_1 = P_2 + \rho.g.h}$$

On a :

$$P_1 - P_2 = \rho.g.(z_2 - z_1)$$

$$P_1 + \rho.g.z_1 = P_2 + \rho.g.z_2$$

$$\frac{P_1}{\rho.g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho.g} + z_2$$

$$\boxed{Z + \frac{P}{\rho.g} = cste}$$

Lois de la statique des fluides.

Sur un même plan horizontale $Z+P/\rho.g$ reste constante.

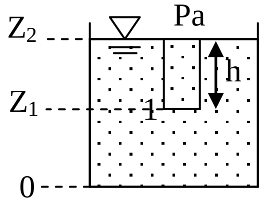
4. Variation de la pression

4.1. Pression absolue

On applique l'expression fondamentale de l'hydrostatique pour deux points disposée à la surface libre c.à.d. $Z_2 = Z_1$

$P_2 = P_a$

$Z_2 - Z_1 = h$



$$\boxed{P_1 = Pa + \rho.g.h}$$

$$Pabs = Patm + \rho.g.h$$

4.2. Pression effective (manométrique)

Elle est définie comme la différence entre la pression absolue et la pression atmosphérique.

$$Peff = Pabs - Patm$$

$$Peff = Patm + \rho.g.h - Patm$$

$$\boxed{Peff = \rho.g.h}$$

La pression donc augmente linéairement en fonction de la profondeur.

5. Les unités de la pression

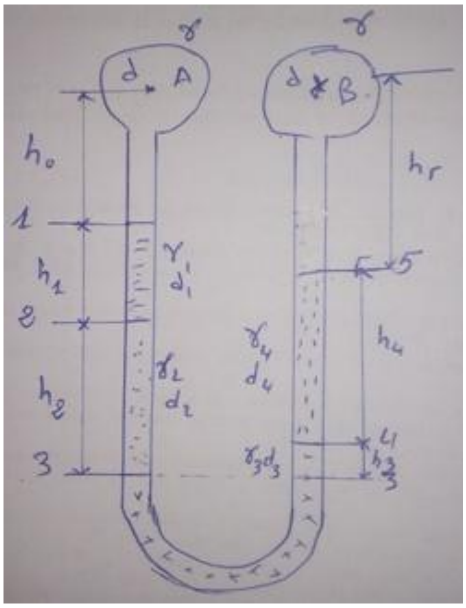
1 pa s= 1 N/m^3

1 atm = 1 kgf/cm^2 = 10,2 mce (4°c) = 100 kpa

1 atm = 1 bar

6. Méthodes de détermination de la pression manométrique

$$P_1 = P_A + \gamma h_0$$
$$P_2 = P_1 + \gamma_1 h_1$$
$$P_3 = P_2 + \gamma_2 h_2$$
$$P_3 = P_4 + \gamma_3 h_3$$
$$P_4 = P_5 + \gamma_4 h_4$$
$$P_5 = P_B + \gamma h_5$$



$$= P_2 - \gamma_1 h_1 - \gamma h_0$$

$$= P_3 - \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1 - \gamma h_0$$

$$= P_4 + \gamma_3 h_3 - \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1 - \gamma h_0$$

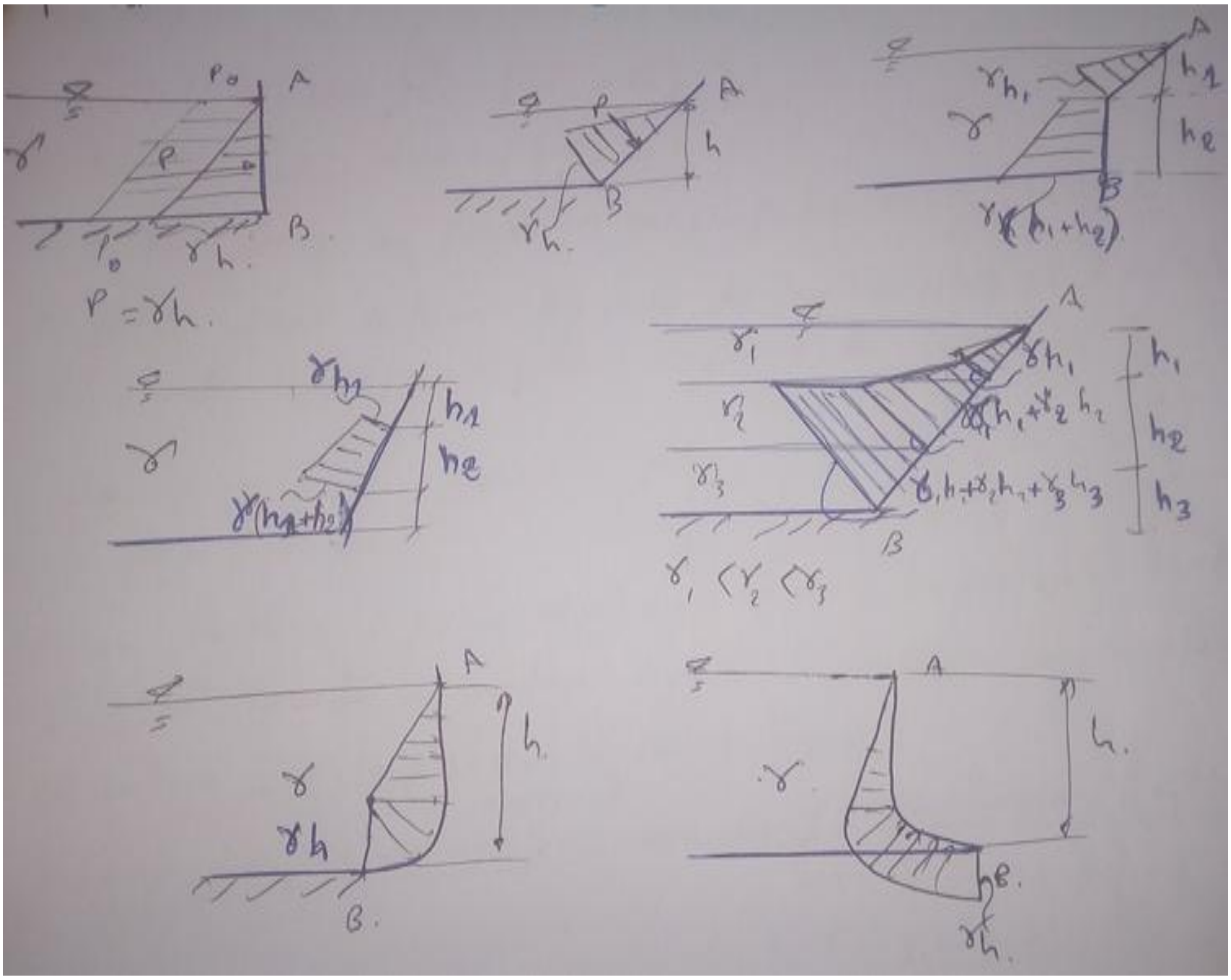
$$= P_5 + \gamma_4 h_4 - + \gamma_3 h_3 - \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1 - \gamma h_0$$

$$P_A = P_B + \gamma h_5 + \gamma_4 h_4 - + \gamma_3 h_3 - \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1 - \gamma h_0$$

$$P_A + \gamma h_0 + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 h_3 - \gamma_4 h_4 - \gamma h_5 = P_B$$

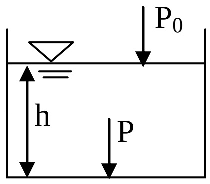
7. Diagramme de pression

La représentation graphique de la variation de la pression le long d'une paroi plane quelquonque varie en fonction de la profondeur d'immersion, cette représentation est appeler diagramme de pression.



8. Force de pression du liquide agissant sur une surface plane horizontale

Le plan horizontal dans un liquide au repos est une surface à une pression égale, tous points de cette surface subite la même pression.

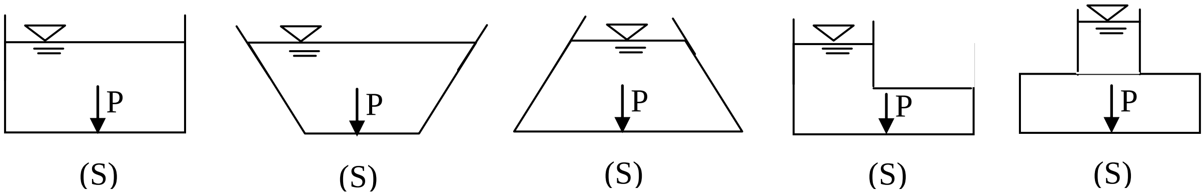


La force de pression hydrostatique absolue sur un plan horizontale (S) est :

$$F = P.s \Rightarrow F = (P_0 + \gamma h).S$$

Si $P_0 = Patm$ donc : $\boxed{F = \gamma.h.S}$

C à d la force de pression sur un palier horizontale correspond au poids d'une colonne liquide de hauteur (h) et d'une section (S), elle ne dépond pas de la forme du vase.



Tous les vases de forme différent et de section égale remplient d'un même liquide de hauteur égale, la pression sur le plant est la même (le paradoxe hydraulique).

9. Force de pression du liquide agissant sur une surface plane horizontale

La force de pression

$$F = P.s \Rightarrow dF = P.ds$$

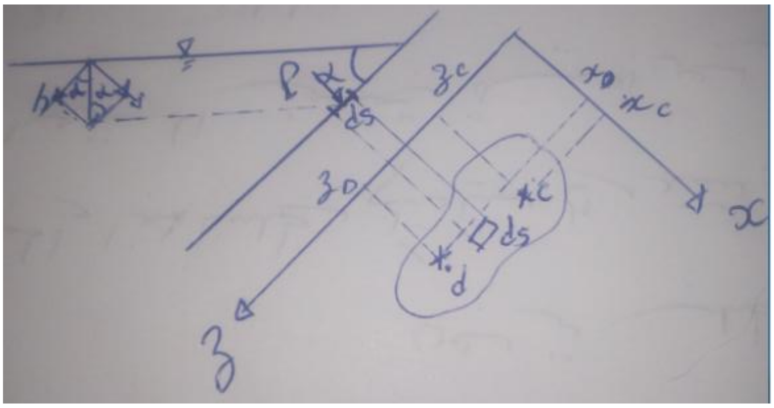
$$dF = \gamma.h.ds$$

$$dF = \gamma.z\sin\alpha.ds$$

$$= \gamma.\sin\alpha\int_S z.ds$$

$$on\,a : \int_S z.ds = z_c.s$$

$$\boxed{F = \gamma.h_c.s}$$



La force de pression agissant sur une surface inclinée par rapport a l'horizontale est perpendiculairement au plan inclinée est égale au produit de la surface de ce plan et de la pression au centre de gravité.